

به نام آنکه  
جان را حکمت آموخت



# روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده

- **Disclaimer**  
No responsibility is assumed by Publisher nor by the Proprietor for any injury and/or damage to persons or Property as a result of any actual or alleged libelous Statements, infringement of intellectual property or Privacy rights, or otherwise, or from any use or Operation of any ideas. Instructions, procedures, Products or methods contained in the material therein.
  
- **Copyright**  
All Rights Reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, scanning or otherwise , except under the terms of the Copyright, Designs and Patents Act 1988 or under the terms of a licence issued by the copyright Licensing Agency Ltd, 90 Tottenham Court Road, London W1T 4LP, UK, without the permission in writing of the Publisher. Requests to the Publisher should be addressed to the Permissions Department, John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England, or emailed to permreq@wiley.co.uk, or faxed to (+44)1243 770620.
  
- **Agreement**  
This edition of Scaled Boundary Finite Element Method by John P.Wolf is published by arrangement with John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England.
  
- **Translation**  
This translation was undertaken by Dr. Sassan Mohasseb, SMTEAM GmbH, CH-8706 Meilen, Switzerland.

ISBN 0 471 48682 5

# روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده

تألیف:

John P. Wolf

ترجمه و تدوین:

ساسان محاسب

سرشناسه	: ولف، جان پی، ۱۹۳۸ - م Wolf, John P.
عنوان و نام پدیدآورنده	: روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده / تألیف: [جان. پی. ولف]؛ ترجمه و تدوین: ساسان محاسب.
مشخصات نشر	: تهران: تمثیل، ۱۳۹۱.
مشخصات ظاهری	: ۴۹۲ ص: تصویر، جدول؛ وزیری.
شابک	: ۲۰۰۰۰۰ ریال ۴ - ۲۲ - ۲۸۹۰ - ۹۶۴ - ۹۷۸
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا.
یادداشت	: عنوان اصلی: The scaled boundary finite element method.
موضوع	: روش المان‌های محدود
موضوع	: روش المان‌های مرزی
شناسه افزوده	: محاسب، ساسان، ۱۳۳۵ - ، مترجم.
رده‌بندی کنگره	: ۱۳۹۱ ر ۸ و ۳۴۷/ TA
رده‌بندی دیویی	: ۶۲۰/۰۰۱۵۱۵۳۵
شماره کتاب‌شناسی ملی	: ۲۹۳۴۲۰۹

### ناشر: انتشارات تمثیل

### روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده

**John P. Wolf**

ترجمه و تدوین: ساسان محاسب

ویراستار: آرش نیری

امور فنی و هنری: مهناز عزب‌دفتری

نوبت چاپ: اول، ۱۳۹۱

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

شابک: ۴ - ۲۲ - ۲۸۹۰ - ۹۶۴ - ۹۷۸

قیمت: ۲۰۰۰۰ تومان

حق چاپ برای صاحب اثر محفوظ است.

آدرس انتشارات: تهران، میدان انقلاب، خیابان دانشگاه، خیابان وحید نظری، بین فخر رازی و دانشگاه، ساختمان ۶۱.

طبقه دوم، واحد ۲۴A: — تلفن: ۶۶۹۶۱۵۹۶ - ۶۶۴۸۰۶۹۵

تقدیم بہ روح پاک پدرم  
ہمراہ ہمیشگی ام در زندگی





## فهرست مطالب

مقدمه مترجم.....	ش
پیشگفتار.....	ض
مقدمه مؤلف.....	ظ
۱ مبانی تحلیل عددی.....	۱
۱ - ۱ مسئله فیزیکی، مدل ریاضی و حل عددی آن.....	۲
۲ - ۱ معادله لاپلاس برای جابه‌جایی‌های عمود بر مقطع صفحه برشی.....	۳
۳ - ۱ روش باقیمانده‌های وزنی.....	۸
۴ - ۱ روش اجزای محدود.....	۱۴
۵ - ۱ روش اجزای مرزی.....	۳۲
۶ - ۱ نگاهی اجمالی به روش اجزای محدود مرزی مقیاس‌شده.....	۵۱
۲ روش محاسباتی خلاقانه.....	۶۵
<b>بخش اول مسئله مدل: جزء خطی برای معادله موج اسکالر</b>	
۳ مفاهیم انتقال مرز مقیاس‌شده هندسه و تشابه.....	۷۵
۴ گوه کامل و گوه ناقص نیمه‌نامحدود ورق برشی.....	۸۱
۵ استنتاج بر پایه انتقال مرز مقیاس‌شده.....	۸۵
۱ - ۵ انتقال مرز مقیاس‌شده هندسه.....	۸۵
۲ - ۵ معادلات حاکم در مختصات مرز مقیاس‌شده.....	۹۰
۳ - ۵ روش باقیمانده‌های وزنی.....	۹۱
۴ - ۵ ماتریس سختی دینامیکی.....	۹۷
۶ استنتاج بر پایه اصول مکانیک.....	۱۰۳
۱ - ۶ ماتریس سختی دینامیکی در مرزهای مشابه.....	۱۰۶
۲ - ۶ ماتریس ضرایب.....	۱۰۸
۳ - ۶ سرهم‌بندی سلول جزء محدود و حوزه.....	۱۱۶
۴ - ۶ حد تحلیلی عرض سلول جزء محدود.....	۱۱۸
۷ مدل‌سازی اجزای محدود تک‌خطی.....	۱۲۷
۸ استاتیک.....	۱۴۱
۱ - ۸ بار حجمی صفر.....	۱۴۱
۲ - ۸ بار حجمی غیرصفر.....	۱۴۳

جرم گوه	۹	۱۴۷
بسط مجانب فرکانس بالا برای سختی دینامیکی گوه بریده شده نیمه بی نهایت	۱۰	۱۴۹
حل عددی سختی دینامیکی، پاسخ ضربه واحد و تغییر مکان گوه	۱۱	۱۵۳
۱ - ۱۱ سختی دینامیکی		۱۵۴
۲ - ۱۱ پاسخ ضربه واحد		۱۵۵
۱ - ۲ - ۱۱ تبدیل معکوس سری فوریه		۱۵۶
۲ - ۲ - ۱۱ جداسازی زمانی		۱۵۹
۳ - ۱۱ جابه جایی		۱۶۱
حل تحلیلی در حوزه فرکانس	۱۲	۱۶۵
۱ - ۱۲ جابه جایی		۱۶۶
۲ - ۱۲ سختی دینامیکی گوه		۱۷۲
۳ - ۱۲ سختی دینامیکی گوه بریده شده نیمه بی نهایت		۱۷۲
۴ - ۱۲ جابه جایی نقاط دور		۱۷۵
کاربرد	۱۳	۱۷۷
جمع بندی	۱۴	۱۸۱
۱ - ۱۴ استنتاج		۱۸۱
۲ - ۱۴ رویه حل مسئله		۱۸۲
۳ - ۱۴ ویژگی و مزایا		۱۸۴
پیوست الف مدل سازی جامدات		۱۸۷
پیوست ب حرکت هارمونیک و انتقال فوریه		۱۹۳
پیوست پ اندرکنش دینامیکی سازه - محیط بی کران		۲۰۳
پیوست ت تاریخچه		۲۱۱

#### بخش دوم الاستودینامیک، استاتیک و انتشار دوبعدی و سه بعدی

رابطه های بنیادی	۱۵	۲۱۷
۱ - ۱۵ مفهوم برجسته		۲۱۷
۲ - ۱۵ رابطه های حاکم الاستودینامیک در مختصات مرزی مقیاس شده		۲۲۲
۳ - ۱۵ روش باقیمانده های وزنی		۲۳۰
۴ - ۱۵ ماتریس سختی دینامیکی		۲۳۷
۵ - ۱۵ معادلات الاستودینامیک دوبعدی		۲۴۱

۲۴۷.....	۱۵ - ۶	معادلات انتشار.....
۲۵۵.....	۱۵ - ۷	استنتاج روابط بر پایه اصول کار مجازی.....
۲۶۱.....	<b>۱۶</b>	<b>استاتیک.....</b>
۲۶۴.....	۱۶ - ۱	بارهای حجمی صفر شونده.....
۲۶۹.....	۱۶ - ۲	محیط بی کران دو بعدی.....
۲۸۳.....	۱۶ - ۳	بار حجمی.....
۲۸۷.....	۱۶ - ۴	انواع بارهای حجمی.....
۲۸۷.....	۱۶ - ۴ - ۱	بار متمرکز.....
۲۹۰.....	۱۶ - ۴ - ۲	بار حجمی تابعی از مؤلفه شعاعی.....
۲۹۴.....	۱۶ - ۵	تنش اولیه.....
۲۹۷.....	<b>۱۷</b>	<b>ماتریس جرم محیط کران دار.....</b>
۲۹۷.....	۱۷ - ۱	الاستودینامیک.....
۳۰۳.....	۱۷ - ۲	انتشار.....
۳۰۷.....	<b>۱۸</b>	<b>بسط مجانب فرکانس بالای سختی دینامیکی محیط بی کران.....</b>
۳۱۷.....	<b>۱۹</b>	<b>حل عددی سختی دینامیکی، پاسخ ضربه واحد و جابه جایی محیط بی کران.....</b>
۳۱۸.....	۱۹ - ۱	سختی دینامیکی.....
۳۲۰.....	۱۹ - ۲	پاسخ ضربه واحد.....
۳۲۰.....	۱۹ - ۲ - ۱	تبدیل فوریه معکوس.....
۳۲۳.....	۱۹ - ۲ - ۲	جداسازی زمان.....
۳۲۶.....	۱۹ - ۳	جابه جایی.....
۳۲۹.....	<b>۲۰</b>	<b>پاسخ تحلیل در حوزه فرکانس.....</b>
۳۳۰.....	۲۰ - ۱	جابه جایی.....
۳۳۸.....	۲۰ - ۲	سختی دینامیکی محیط کران دار.....
۳۴۰.....	۲۰ - ۳	سختی دینامیکی محیط بی کران.....
۳۴۳.....	۲۰ - ۴	جابه جایی نقاط حوزه دور.....
۳۴۵.....	<b>۲۱</b>	<b>مطالب تکمیلی.....</b>
۳۴۶.....	۲۱ - ۱	تغییر مشخصات مصالح در مؤلفه شعاعی.....
۳۵۴.....	۲۱ - ۲	الاستودینامیک تراکم ناپذیر.....
۳۵۵.....	۲۱ - ۳	مجموعه کاهش یافته توابع پایه.....
۳۵۷.....	۲۱ - ۴	محیط بی کران دو بعدی لایه ای.....
۳۵۹.....	۲۱ - ۵	منشور سه بعدی بی کران با مقطع غیر همگن.....

۲۲	زیرساختار سازی.....	۳۶۳
۲۳	مثال‌هایی برای محیط کران‌دار.....	۳۶۹
۲۳ - ۱	ورق ناهمسان‌گرد لبه ترک‌دار با محور مصالح چرخیده تحت برش.....	۳۷۰
۲۳ - ۲	ورق دو جنسی لبه ترک‌دار تحت کشش.....	۳۷۲
۲۳ - ۳	ورق دو جنسی ناهمسان‌گرد با ترک عمود بر و پایان یافته تا وجه مشترک.....	۳۷۴
۲۳ - ۴	ورق دایره‌ای ناهمسان‌گرد با ترک مرکزی.....	۳۷۶
۲۳ - ۵	ورق دو جنسی ناهمسان‌گرد با ترک مرکزی تحت کشش.....	۳۷۸
۲۳ - ۶	ضریب شدت تنش دینامیکی.....	۳۷۹
۲۳ - ۷	ورق دو جنسی با تکینی شار در انتشار.....	۳۸۲
۲۳ - ۸	پی سطحی روی نیم‌صفحه با بارگذاری ناپیوسته.....	۳۸۶
۲۴	مثال‌هایی برای محیط بی‌کران.....	۳۹۱
۲۴ - ۱	پی منشوری مدفون در نیم‌فضا.....	۳۹۲
۲۴ - ۲	حفره کروی مدفون در فضای کامل.....	۳۹۹
۲۴ - ۳	حرکت درون صفحه گوه نیمه بی‌نهایت.....	۴۰۴
۲۵	برآورد خطا و انطباق پذیری.....	۴۰۷
۲۵ - ۱	برآورد خطا در تحلیل عددی.....	۴۱۰
۲۵ - ۲	تنش بازیابی شده در روش اجزای محدود.....	۴۱۱
۲۵ - ۳	بازیابی تنش در روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده.....	۴۱۵
۲۵ - ۴	برآورد خطا در روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده.....	۴۱۹
۲۵ - ۵	مثال برای بازیابی تنش و برآورد خطا.....	۴۲۳
۲۵ - ۵ - ۱	ورق نامحدود با سوراخ دایره‌ای تحت کشش محوری.....	۴۲۳
۲۵ - ۵ - ۲	مدل کران‌دار.....	۴۲۴
۲۵ - ۵ - ۳	مدل بی‌کران.....	۴۲۹
۲۵ - ۶	تطابق پذیری سلسله‌مراتبی h.....	۴۳۲
۲۵ - ۷	مثال‌هایی برای انطباق پذیری.....	۴۳۶
۲۵ - ۷ - ۱	ورق با دو سوراخ مربعی تحت کشش تک‌محوری.....	۴۳۶
۲۵ - ۷ - ۲	پی استوانه‌ای مدفون در نیم‌فضا.....	۴۳۹
۲۶	نتیجه‌گیری.....	۴۴۵
	مراجع.....	۴۵۷
	فهرست راهنما.....	۴۶۱
	پیوست فصل ۲۵. ورق‌ها.....	۴۶۵

## مراجع

- [B1] Bartels, R.H. and Stewart, J.L. (1972) Solution of the matrix equation  $AX + XB = C$ . *Communications ACM*, **15**, 820–826.
- [B2] Bathe, K.J. (1995) *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [B3] Becker, E.B., Carey, G.F. and Oden, J.T. (1981) *Finite Elements – an Introduction*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [B4] Brebbia, C.A. and Dominguez, J. (1992) *Boundary Elements: an Introductory Course*, 2nd edition, Computational Mechanics Publications, Southampton.
- [C1] Chen, D.H. and Harada, K. (1996) Stress singularities for crack normal to and terminating at bimaterial interface on orthotropic half-plates. *International Journal of Fracture*, **81**, 147–162.
- [C2] Chen, Y. (1975) Numerical computation of dynamic stress intensity factors by a Lagrangian finite difference method (the Hemp code). *Engineering Fracture Mechanics*, **7**, 653–660.
- [C3] Cho, B.C., Lee, K.R., Choy, Y.S. and Yuuki, R. (1992) Determination of stress intensity factors and boundary element analysis for interface cracks in dissimilar anisotropic materials. *Engineering Fracture Mechanics*, **43**, 603–614.
- [D1] Dasgupta, G. (1979) Impedance matrices for unbounded media. *Proceedings Seventh Canadian Congress of Applied Mechanics*, Sherbrooke, 891–892.
- [D2] Dasgupta, G. (1982) A finite element formulation for unbounded homogeneous continua. *Journal of Applied Mechanics*, **49**, 136–140.
- [D3] Deeks, A. and Wolf, J.P. (2002) Stress recovery and error estimation for the scaled boundary finite-element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **54**, 557–583.
- [D4] Deeks, A. and Wolf, J.P. (2002) An  $h$ -hierarchical adaptive procedure for the scaled boundary finite-element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **54**, 585–605.
- [D5] Deeks, A. and Wolf, J.P. (2002) A virtual work derivation of the scaled boundary finite element method for elastostatics. *Computational Mechanics*, **28**, 489–504.
- [D6] Deeks, A. and Wolf, J.P. (2002) Semi-analytical elastostatic analysis of unbounded two-dimensional domains. *Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **26**, 1031–1057.
- [D7] Doherty, J.P. and Deeks, A. (2002) Scaled boundary finite-element analysis of a non-homogeneous elastic half-space. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* (in press).
- [F1] Friedrich, K. and Schmid, G. (2000) Personal communication.
- [G1] Gantmacher, F.R. (1977) *The Theory of Matrices*, 2, Chelsea, New York.
- [G2] Golub, G.H. and Van Loan (1996) *Matrix Computations*, John Hopkins University Press, Baltimore.
- [K1] Kausel, E., Roësset, J.M. and Waas, G. (1975) Dynamic analysis of footings on layered media. *Journal of Engineering Mechanics*, **101**, 679–693.
- [L1] Laub, A.J. (1979) A Schur method for solving algebraic Riccati equations. *IEEE Transactions Automatic Control*, **AC-24**, 913–921.

- [L2] Lekhnitskii, S.G. (1968) *Anisotropic Plates*, Gordon and Breach, London.
- [L3] Lysmer, J. (1970) Lumped mass method for Rayleigh waves. *Bulletin of the Seismological Society of America*, **60**, 89–104.
- [M1] Miyazaki, N., Ikeda, T., Soda, T. and Munakata, T. (1993) Stress intensity factor analysis of interface crack using boundary element method – applications of contour integral method. *Engineering Fracture Mechanics*, **45**, 599–610.
- [P1] Patel, R.V., Lin, Z. and Misra, P. (1994) Computation of stable invariant subspaces of Hamiltonian matrices. *Journal of Matrix Analysis and Applications*, **15**, 284–298.
- [P2] Paris, F. and Cañas, J. (1997) *Boundary Element Method: Fundamentals and Application*. Oxford University Press, Oxford.
- [P3] Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. and Vetterling, W.T. (1988) *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [R1] Roësset, J.M. and Scaletti, H. (1979) Boundary matrices for semi-infinite problems. *Proceedings Third Engineering Mechanics Speciality Conference*, ASCE, Austin, TX, 384–387.
- [S1] Silvester, P.P., Lowther, D.A., Carpenter, C.J. and Wyatt, E.A. (1977) Exterior finite elements for 2-dimensional field problems with open boundaries. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, **124**, 1267–1270.
- [S2] Sommerfeld, A. (1949) *Partial Differential Equations in Physics*, Academic Press, New York, NY.
- [S3] Song, Ch. and Wolf, J.P. (1995) Consistent infinitesimal finite element cell method: out-of-plane motion. *Journal of Engineering Mechanics*, **121**, 613–619.
- [S4] Song, Ch. and Wolf, J.P. (1996) Consistent infinitesimal finite element cell method for diffusion equation in unbounded medium. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **132**, 319–334.
- [S5] Song, Ch. and Wolf, J.P. (1996) Consistent infinitesimal finite element cell method: three dimensional vector wave equation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **39**, 2189–2208.
- [S6] Song, Ch. and Wolf, J.P. (1997) Consistent infinitesimal finite element cell method for incompressible unbounded medium. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, **13**, 21–32.
- [S7] Song, Ch. and Wolf, J.P. (1997) The scaled boundary finite element method – also consistent infinitesimal finite element cell method – for elastodynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **147**, 329–355.
- [S8] Song, Ch. and Wolf, J.P. (1998) The scaled boundary finite element method: analytical solution in frequency domain. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **164**, 249–264.
- [S9] Song, Ch. and Wolf, J.P. (1999) The scaled boundary finite element method – also consistent infinitesimal finite element cell method – for diffusion. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **45**, 1403–1431.
- [S10] Song, Ch. and Wolf, J.P. (1999) Body loads in scaled boundary finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **180**, 117–135.
- [S11] Song, Ch. and Wolf, J.P. (2000) The scaled boundary finite-element method – a prime solution procedures. *Computers and Structures*, **78**, 211–225.
- [S12] Song, Ch. and Wolf, J.P. (2001) Semi-analytical evaluation of dynamic stress intensity factors. *Proceedings First Asian-Pacific Congress on Computational Mechanics (APCOM'01)*, Valliappan, S. and Khalili, N., eds., Sydney, 2, 1041–1046.
- [S13] Song, Ch. and Wolf, J.P. (2002) Semi-analytical representation of stress singularities occurring in cracks in anisotropic multi-materials with the scaled boundary finite element method. *Computers and Structures*, **80**, 183–197.
- [T1] Tan, C.L. and Gao, Y.L. (1992) Boundary element analysis of plane anisotropic bodies with stress concentrations and cracks. *Composite Structures*, **20**, 17–28.
- [T2] Thatcher, R.W. (1975) Singularities in the solution of Laplace's equation in two dimensions. *Journal of the Institute of Mathematics and Its Applications*, **16**, 303–319.
- [T3] Thatcher, R.W. (1978) On the finite element method for unbounded regions. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **15**, 466–477.

- [T4] Timoshenko, S. and Goodier, J.N. (1951) *Theory of Elasticity*, 2nd edition, McGraw-Hill, New York.
- [W1] Waas, G. (1972) *Linear Two-Dimensional Analysis of Soil Dynamics Problems in Semi-Infinite Layered Media*. PhD dissertation, University of California, Berkeley, CA.
- [W2] Wolf, J.P. (1994) *Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [W3] Wolf, J.P. (2002) Response of unbounded soil in scaled boundary finite element method. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **31**, 15–32.
- [W4] Wolf, J.P. and Huot, F.G. (2001) On modelling unbounded saturated poroelastic soil with the scaled boundary finite element method. *Proceedings First Asian-Pacific Congress on Computational Mechanics (APCOM'01)*, Valliappan, S. and Khalili, N., eds., Sydney, 2, 1047–1056.
- [W5] Wolf, J.P. and Moussaoui, F. (2001) Far-field displacements of soil in scaled boundary finite element method. *Proceedings 10th International Conference of the International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Tucson, AZ, Vol. 1, 101–108.
- [W6] Wolf, J.P. and Song, Ch. (1994) Dynamic-stiffness matrix of unbounded soil by finite-element multi-cell cloning. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **23**, 233–250.
- [W7] Wolf, J.P. and Song, Ch. (1995) Consistent infinitesimal finite element cell method: in-plane motion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **123**, 355–370.
- [W8] Wolf, J.P. and Song, Ch. (1996) Static stiffness of unbounded soil by finite-element method. *Journal of Geotechnical Engineering*, **122**, 267–273.
- [W9] Wolf, J.P. and Song, Ch. (1996) *Finite-Element Modelling of Unbounded Media*, John Wiley and Sons, Chichester. (Program SIMILAR downloaded from <ftp://ftp.wiley.co.uk/pub/books/wolf/> and <http://lchpc25.epfl.ch/> as well as <http://www.civeng.unsw.edu.au/staff/song.c/sbfem/SIMILAR/> and <http://www.civil.uwa.edu.au/~deeks/sbfem/>).
- [W10] Wolf, J.P. and Song, Ch. (1996) Consistent infinitesimal finite element cell method: three-dimensional scalar wave equation. *Journal of Applied Mechanics*, **63**, 650–654.
- [W11] Wolf, J.P. and Song, Ch. (1996) Consistent infinitesimal finite element cell method in frequency domain. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **25**, 1307–1327.
- [W12] Wolf, J.P. and Song, Ch. (1998) Unit-impulse response of unbounded medium by scaled boundary finite-element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **159**, 355–367.
- [W13] Wolf, J.P. and Song, Ch. (2000) The scaled boundary finite-element method – a primer: derivations. *Computers and Structures*, **78**, 191–210.
- [W14] Wolf, J.P. and Song, Ch. (2001) The scaled boundary finite element method – a fundamental-solution-less boundary-element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **190**, 5551–5568.
- [W15] Wolf, J.P. and Song, Ch. (2002) Some cornerstones of dynamic soil-structure interaction. *Engineering Structures*, **34**, 13–28.
- [W16] Wolf, J.P. and Song, Ch. (2002) The semi-analytical fundamental-solution-less scaled boundary finite-element method to model unbounded soil. *Euromech Colloquium 414. Boundary Element Methods for Soil/Structure Interaction*, Hall, W.S. and Oliveto, G., eds., Kluwer Academic.
- [W17] Wolf, J.P. and Weber, B. (1982) On calculating the dynamic-stiffness matrix of the unbounded soil by cloning. *International Symposium on Numerical Models in Geotechnics*, Dungar, R. et al., eds., Zürich, 486–494.
- [Y1] Ying, L.-a. (1978) The infinite similar element method for calculating stress intensity factors. *Scientia Sinica*, **21**, 19–43 (also presented in Chinese at the National Conference on Fracture Mechanics, Nanning, 1974).
- [Y2] Ying, L.-a. (1995) *Infinite Element Methods*, Friedr. Vieweg + Sohn (also published in Chinese by Peking University Press, Beijing, 1992).
- [Y3] Yosibashi, Z. (1997) On solutions of two-dimensional linear elastostatic and heat-transfer problems in the vicinity of singular points. *Journal of Solids and Structures*, **34**, 243–274.

- [Y4] Yuuki, R. and Cho, S.B. (1989) Efficient boundary element analysis of stress intensity factors for interface cracks in dissimilar materials. *Engineering Fracture Mechanics*, **34**, 179–188.
- [Z1] Zhang, J.J., Tan, C.L. and Afagh, F.F. (1997) Treatment of body-force volume integrals in BEM by exact transformation for 2-d anisotropic elasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **40**, 89–109.
- [Z2] Zhang, Z., Yao, Z.H. and Du, Q.H. (1994) Boundary element method for determining stress intensity factors of bimaterial interface crack. *Theory and Applications of Boundary Element Methods, Proceedings of Sixth China–Japan Symposium on BEM*, Shanghai, 315–320, International Academic Publishers.
- [Z3] Zienkiewicz, O.C. and Zhu, J.Z. (1987) A simple error procedure and adaptive procedure for practical engineering analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **24**, 337–357.
- [Z4] Zienkiewicz, O.C. and Zhu, J.Z. (1992) The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates, Part 1: the recovery technique, Part 2: error estimates and adaptivity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **33**, 1331–1364, 1365–1382.



# فهرست راهنما

- استاتیک ۷، ۷۰، ۱۴۱، ۱۷۹، ۲۱۲، ۲۶۱، ۲۷۰، ۲۹۴، ۳۲۹، ۳۵۲، ۳۶۳، ۳۷۹، ۳۸۴
- بار حجمی صفرشونده ۱۴۱
- بار حجمی ۱۴۱، ۲۶۳، ۲۸۳، ۲۸۷، ۲۹۲
- بار متمرکز ۲۷۵، ۲۸۷، ۲۸۸
- تنش اولیه ۲۹۴، ۲۹۶
- محیط بی‌کران دوبعدی ۲۶۹، ۲۸۲
- مسئله مدل ۲۱۵
- استنتاج بر پایه انتقال مرز مقیاس‌شده ۸۵، ۱۸۱
- استنتاج بر پایه اصول مکانیک ۱۰۳
- الاستودینامیک تراکم‌ناپذیر ۳۵۴
- انتقال انرژی ۳۰۸، ۳۱۲
- انتقال حرارت ۷
- انتقال مرز مقیاس‌شده ۷۰، ۷۷، ۸۱، ۹۰، ۱۸۱
- انگزال فوریه ۱۹۸، ۱۹۹
- اندركنش سازه - محیط ۱۸۶، ۲۰۳، ۲۰۷، ۳۱۹، ۳۲۵، ۳۴۵، ۳۵۶
- معادله جبری حرکت در حوزه فرکانس ۳۱۹
- معادله دیفرانسیل حرکت در حوزه زمان ۳۲۵
- انطباق‌پذیری سلسله مراتبی ۴۰۸ h، ۴۴۹، ۴۳۲
- پی استوانه‌ای ۴۳۹
- ورق با دو سوراخ مربعی ۴۳۶
- بازیابی تنش ۴۰۸، ۴۱۱، ۴۲۶، ۴۳۶، ۴۴۸
- بازیابی مسیر تنش فوق همگرا ۴۱۷
- باقیمانده‌های وزنی ۲، ۱۰، ۲۰، ۶۸، ۹۱، ۱۴۸، ۱۸۲، ۲۱۹، ۲۳۰، ۲۴۹، ۲۵۵
- بسط با فرکانس بالا برای سختی دینامیکی ۱۸۳
- بسط مجانب اولیه پاسخ ضربه واحد ۱۵۹، ۳۱۴
- بسط مجانب با فرکانس بالا برای سختی دینامیکی ۷۲، ۱۳۸، ۱۶۳، ۱۷۵، ۱۸۳، ۳۰۷، ۳۱۴، ۳۲۱، ۳۴۱، ۳۹۴، ۴۵۲
- فنر ۱۳۸، ۱۵۰، ۳۱۰، ۳۱۲
- میراگر ۱۵۰
- میرایی هیستریک (چرخه‌ای) ۱۳۹، ۱۵۰
- پاسخ آنی ۱۵۸، ۲۰۱، ۲۴۷، ۳۲۱، ۳۵۵
- پی استوانه‌ای ۴۳۷
- پی منشوری ۳۹۲
- تابع باقی‌مانده ۹
- تابع پایه ۴۰۴
- تاچر، ر. و (Thatcher, R. W) ۲۱۲
- تحلیل ابعادی ۱۰۰، ۱۰۶
- ترک ۲، ۵۰، ۶۹، ۷۸، ۱۸۲، ۳۶۷، ۳۷۹، ۳۸۲

## ۴۶۲ روش اجزای محدود مرزی مقیاس شده

سلول اجزای محدود ۱۰۹، ۱۱۶، ۲۱۲	لبه ترک‌دار ۳۷۰، ۳۷۲
شرایط مرزی در بی‌نهایت ۶۸، ۱۵۴، ۲۷۵، ۳۹۱	تقسیم سلولی ۲۱۲
شرط تابش ۱۳۶، ۱۴۹، ۱۸۵، ۳۰۸، ۳۱۷، ۳۲۶، ۴۵۲، ۳۹۱، ۳۴۰	تکینی تنش (عامل شدت تنش مشاهده شود)
عامل شدت تنش ۴۴۸	۱۸۴، ۲۱۲، ۳۲۹، ۳۶۴، ۳۶۹، ۳۸۱، ۳۸۹
ورق دو جنسی ناهمسانگرد ۳۷۵، ۳۷۹	تکینی شار ۳۷۰، ۳۸۲
عرض سلول ۱۰۵، ۱۱۰، ۱۱۸، ۱۸۲، ۲۱۳	جداسازی متغیرها ۵۴، ۲۲۱
فاکتورگیری شور ۲۶۷، ۳۲۵	جرم ۷، ۳۰، ۷۲، ۸۱، ۹۶، ۱۰۱، ۱۰۸، ۱۱۴، ۱۳۶، ۱۴۷، ۱۵۱، ۱۷۸، ۱۸۳، ۱۹۵، ۲۰۴، ۲۱۲، ۲۲۱، ۲۴۱، ۲۹۷، ۳۰۴، ۳۱۵، ۳۴۶، ۳۵۳، ۳۶۵، ۳۸۲، ۳۹۹، ۴۰۴، ۴۴۶، ۴۵۱
فرکانس بدون بعد ۱۰۰، ۱۰۷، ۱۳۰، ۱۳۷، ۱۶۶	سلول اجزای محدود ۱۰۹، ۱۱۶، ۲۱۲
۲۱۲، ۲۴۰، ۲۵۳، ۳۱۸، ۳۳۱، ۳۵۱، ۳۹۴، ۴۰۰	جریان سیال ۷
فرم ضعیف ۱۴، ۲۰، ۲۳۰	جزء منشأ ۱۹، ۲۳، ۳۰، ۸۶، ۱۰۹، ۱۸۸، ۲۸۸
فرم قوی ۱۴، ۹۱، ۲۳۰	رابطه شار - تابع گره‌ای ۲۵۵
کار مجازی ۱۳، ۹۷، ۱۵۲، ۲۱۷، ۲۵۲، ۳۴۵	رابطه نیرو - جابه‌جایی گره‌ای ۹۷، ۱۸۲، ۳۱۷
ماتریس جرم ۳۰، ۹۶، ۱۰۸، ۱۴۷، ۱۸۳، ۲۰۴	۳۲۰، ۳۲۶، ۳۴۱، ۳۵۰
۲۴۱، ۲۹۷، ۳۶۵، ۳۸۲	زوج تبدیل فوریه ۱۵۸، ۱۹۸، ۳۲۱، ۳۶۵
ماتریس سختی ۲۰، ۳۱، ۹۷، ۱۰۶، ۱۲۱، ۱۴۷	زیردامنه ۱۷۷
۱۷۴، ۲۰۴، ۲۳۷، ۲۶۶، ۲۹۶، ۳۱۷، ۳۶۷، ۴۰۲	زیرساختارسازی ۳۶۳، ۳۶۶، ۳۶۹، ۳۸۸، ۳۹۱
ماتریس ضرایب ۴۲، ۵۶، ۹۵، ۱۰۸، ۱۱۴، ۱۴۲	زینکوویچ، او. سی (Zienkiewicz, O. C) ۴۱۱
۱۷۸، ۲۳۴، ۲۸۶، ۳۱۹، ۳۴۹، ۳۹۴	سختی استاتیکی ۲۰، ۲۸، ۵۸، ۷۲، ۹۶، ۱۰۱، ۱۱۲، ۱۳۰، ۱۳۸، ۱۴۳، ۱۴۷، ۱۷۷، ۱۸۵، ۲۰۴، ۲۱۲، ۲۴۱، ۲۵۸، ۲۶۶، ۲۹۳، ۳۱۹، ۳۸۲، ۳۶۵
ماتریس میرایی ۲۰۵، ۳۴۱	سختی دینامیکی ۷۲، ۹۷، ۱۰۳، ۱۱۶، ۱۲۱، ۱۲۹، ۱۳۵، ۱۴۷، ۱۵۳، ۱۶۳، ۱۷۲، ۱۷۸، ۱۹۶، ۲۰۶، ۲۱۰، ۲۳۷، ۲۴۵، ۲۵۳، ۲۶۷، ۲۹۶، ۳۱۷، ۳۲۶، ۳۳۸، ۳۴۳، ۳۵۱، ۳۶۰، ۳۶۸، ۳۹۹، ۴۰۵
ماتریس همیلتونی ۲۶۴، ۲۶۸	محیط بی‌کران ۳۰۷، ۳۱۴، ۳۲۰، ۳۲۶
مختصات مرز مقیاس شده ۵۱، ۸۷، ۹۰، ۱۵۳	محیط کران‌دار ۲۹۷، ۲۹۹
۲۱۷، ۲۴۲، ۳۵۳	سرهم‌بندی ۱۸، ۲۸، ۵۹، ۶۹، ۷۹، ۹۶، ۱۰۸
مرکز تشابه ۷۷، ۱۰۴، ۱۸۲، ۲۲۱	۱۷۷، ۱۸۲، ۲۳۵، ۲۵۸، ۳۶۳، ۳۸۲
مرکز مقیاس ۵۱، ۷۵، ۸۵، ۱۰۴، ۱۲۸، ۱۷۸	
۱۸۱، ۲۱۹، ۲۴۶، ۲۹۶، ۳۴۵، ۳۶۹، ۳۸۵، ۳۹۳	
مختصات کارتزین ۱۹، ۵۲، ۷۷، ۹۰، ۱۸۱	
۲۱۸، ۲۴۷، ۲۸۷، ۳۵۲، ۳۷۷	
مسئله انتشار ۶۹، ۲۹۷، ۳۱۵، ۳۲۶، ۴۴۵	
معادله اجزای محدود مرزی مقیاس شده در	
جابه‌جایی ۵۲، ۷۲، ۱۰۳، ۱۳۵، ۱۷۹، ۳۶۰	

## فهرست راهنما ۴۶۳

معادله هلمهولتز ۲۱۵، ۸۲، ۷۱	معادله اجزای محدود مرزی مقیاس شده در حوزه
مقاومت ظاهری ۳۹۵، ۳۴۱، ۳۲۶، ۳۱۸، ۱۸۴	زمان ۱۵۸
مقدار ویژه ۳۵۹، ۲۱۲، ۱۷۹	معادله اجزای محدود مرزی مقیاس شده در سختی
پی سطحی ۳۸۷	دینامیکی ۷۲، ۱۰۰، ۱۲۹، ۱۵۳، ۱۸۲، ۳۵۹
میله ۵، ۲۷۰، ۲۷۵	معادله بسل ۱۳۵
میراگر ۱۵۰، ۱۹۵، ۳۲۶، ۳۴۱، ۳۵۵، ۳۹۶	معادله پواسون ۶
میرایی مصالح ۱۳۸	معادله ریکاتی ۱۳۰، ۱۴۳، ۲۶۷
میرایی چرخه‌ای ۸۳، ۱۳۷، ۱۵۰، ۳۱۹	معادله فشرده‌سازی دینامیکی ۱۱۸، ۱۷۴
نابیوستگی تنش ۲۶۲، ۳۶۵، ۳۸۷	معادله لاپلاس ۳، ۱۵، ۳۳، ۲۱۱، ۲۳۰